

Die Messungen in Göteborg wurden am Institut für Elektronik, Chalmers Technische Hochschule, durchgeführt. Die Werte von Lindau (Harz) und Tromsö wurden in dankenswerter Weise von den dortigen Instituten zur Verfügung gestellt.

Die Planckschen Maßeinheiten

Von Hans Joachim Rodewald

Physikalisches Institut der Techn. Universität Berlin

(Z. Naturforschg. **5a**, 173 [1950]; eingeg. am 1. Febr. 1950)

In der physikalischen Kosmologie genügen die Systeme Welt, Galaxie, Stern und Elementarteilchen mit guter Annäherung den hierarchischen Beziehungen

$$M_i/M_{i+1} = \gamma^{1/4}; \quad R_i/R_{i+1} = \gamma^{1/8}; \quad \gamma = 10^{40},$$

sofern man diesen Systemen die Indices 0, 1, 2 und 8 zuordnet. Die einzige grobe Abweichung (beim Sternradius) verschwindet, wenn man als Radius den Wirkungsradius einsetzt, d. h. die Grenzentfernung, in der ein System noch befähigt ist, auf Grund seiner Gravitation seine Massen zusammenzuhalten¹. Wählt man für M_8 die Neutronenmasse, wie es die Charliersche Instabilitätsbedingung² verlangt, und für R_8 die Compton-Wellenlänge $h/M_8 c_0$ des Neutrons, was durch experimentelle Ergebnisse und die Mesonentheorie der Kernkräfte nahegelegt wird, so ergibt sich die Konstante A in der Gleichung

$$f M_0/R_0 = A c_0^2 \quad (1)$$

mit 1 ‰ Genauigkeit zu 3π . Die Gleichung wie auch die Konstante 3π ist dabei kein Fremdbestandteil. Charlier leitete sie in korrespondierender Form mit Hilfe des Virialsatzes für die Periode der Galaxie ab (a. a. O. Gleichung 20):

$$T_1 = \sqrt{3\pi/f\mu_1},$$

$$T_1 = R_1/c_1, \quad \mu_1 = M_1/R_1^3 = \text{Dichte der Galaxie.}$$

Bringt man die hierarchischen Beziehungen in die Form

$$R_i/R_{i+x} = \sqrt[M_i/M_{i+x}]{\gamma^{x/8}}, \quad (2)$$

so erhält man die für den hierarchischen Materieaufbau charakteristische Grundgleichung (2), wobei allerdings die Instabilitätsbedingung in die kritischen Werte der Komponenten verlegt worden ist. In Verbindung mit (1) liefert die Grundgleichung (2) das folgende System natürlicher Maßeinheiten:

$$M_8 = \sqrt[3]{3\pi c_0 h/f\gamma} = 1,675 \cdot 10^{-24} \text{ g}, \quad (3)$$

$$R_8 = \sqrt[3]{f h \gamma / 3\pi c_0^3} = 1,319 \cdot 10^{-13} \text{ cm}, \quad (4)$$

$$\tau_8 = \sqrt[3]{f h \gamma / 3\pi c_0^5} = 4,400 \cdot 10^{-24} \text{ sec}, \quad (5)$$

$$t_8 = \frac{1}{k} \sqrt[3]{3\pi c_0^5 h/f\gamma} = 1,091 \cdot 10^{13} \text{ grad}. \quad (6)$$

Diese unterscheiden sich von den Planckschen Maßeinheiten durch den Faktor $\sqrt[3]{3\pi/\gamma}$ bzw. dessen Reziprokwert. In einer einfachen dimensionsanalytischen Betrachtung ergeben sie sich als Grundeinheiten, wenn man der Gravitationskonstanten den Wert $3\pi/\gamma$ (anstatt 1 wie bei Planck³) erteilt und c_0 , h und k zur Einheit macht. Da sie im Gegensatz zu den Planckschen Maßeinheiten eine reale Bedeutung besitzen (τ_8 ist die Schwingungsdauer der Compton-Welle, t_8 die Temperatur bei adiabatischer Verdampfung des Neutrons⁴), soll an einem Beispiel ihre Brauchbarkeit geprüft werden.

Die von Chandrasekhar thermodynamisch abgeleitete Formel für die Grenzmasse eines entarteten Sterns wird hier in Anlehnung an die von F. Hund und P. Jordan benutzte Fassung wiedergegeben:

$$M_{St} = \text{const} \cdot M_8 (c_0 h/f M_8^2)^{3/2}.$$

Nach Auflösung des Klammerausdrucks mittels (3) erhält man

$$M_{St} = \text{const} \cdot M_8 \gamma^{3/2}.$$

So gelangt man zu einer hierarchischen Beziehung, die in ähnlicher Form in der Eddingtonschen Theorie der hellsten Sterne, der Kotharischen Theorie der weißen Zwerge, der Zwickyschen Theorie des Neutronensterns und der Jordanschen Theorie der Sternentstehung wiederkehrt.

Wenn die vorliegenden Ausführungen auch nur zur Lösung eines speziellen physikalischen Problems beitragen sollten, so muß doch schon vorausgeschickt werden, daß die Hubble-Konstante im hierarchischen Weltbild keine Grundkonstante ist. Die Rotverschiebung der extragalaktischen Spiralen wird in Abweichung von den hierzu geäußerten Ansichten C. V. L. Charliers als Einsteinsche Rotverschiebung gedeutet, wobei die Entfernungslinierität erhalten bleibt und der Wert der Hubble-Konstanten sich im Modell zu

$$\alpha = \sqrt[3]{3\pi c_0^5/f h \gamma^3} = 2,273 \cdot 10^{-17} \text{ sec}^{-1}$$

errechnet.

Eine ausführliche Darstellung der Theorie erfolgt in Kürze.

¹ H. J. Rodewald, Z. Naturforschg. **4a**, 224 [1949].

² C. V. L. Charlier, Ark. Mat., Astronom. Fysik, Ser. I, Bd. **16**, Nr. 22 (Medd. Lunds Astronom. Observ. Nr. 98) [1922].

³ M. Planck, „Die Einheit des physikalischen Weltbildes“, Vortrag an der Universität Leiden am 9. 12. 1908; Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, 2. Aufl., Leipzig 1913, § 164.

⁴ Daß Temperaturen von diesen Größenordnungen im Kosmos auftreten, ist durch grundlegende Untersuchungen von F. Hund, Ergebn. exakt. Naturwiss. **15**, 189 [1936], P. Jordan, Z. Naturforschg. **1**, 301 [1946], und F. G. Houtermans u. J. H. D. Jensen, Z. Naturforschg. **2a**, 146 [1947], glaubhaft gemacht worden.

